
CURSO: DOUTORADO EM MODELAGEM MATEMÁTICA – 2º semestre de 2023
DISCIPLINA: Medida, Integração e Probabilidade
PROFESSOR(ES): Bernardo Freitas Paulo da Costa
CARGA HORÁRIA: 60h
PRÉ-REQUISITO:
HORÁRIO E SALA DE ATENDIMENTO: Terça-feira, 10h-12h, sala 501
SALA: 1027

PLANO DE ENSINO

1. Ementa

Revisão da Integral de Riemann. Conjuntos mensuráveis e espaços de medida. Sigma-Álgebras. Medida de Lebesgue e de Lebesgue-Stieltjes. Funções Mensuráveis. Funções simples. Integral de Lebesgue. Teorema da convergência monótona, Lema de Fatou e teorema da convergência dominada. Comparação entre as integrais de Riemann e Lebesgue. Espaços L_p . Desigualdade de Holder e desigualdade de Minkowski; Completude dos espaços L_p . Convergência em média, uniforme em quase todo ponto e em L_p . Comparação entre os tipos de convergência. Teorema de Radon-Nikodym. Construção de medidas. Extensões de medidas, Teorema de Caratheodory. Medidas Produto e o Teorema de Fubini. Probabilidade, esperança condicional.

2. Objetivos da disciplina

Familiarizar o aluno com as noções fundamentais da teoria da medida. Conhecer os principais teoremas, suas aplicações, e contra-exemplos. Introduzir os espaços L_p , e os modos de convergência de funções, como exemplos introdutórios à Análise Funcional. Abordar as aplicações à probabilidade, em seus conceitos fundamentais, através da teoria da medida.

3. Procedimentos de ensino (metodologia)

Aulas expositórias, complementadas por listas de exercícios.

4. Conteúdo programático detalhado

Datas	Tópico	Atividades
14 e 16/08	<ul style="list-style-type: none">• Introdução• Integral de Riemann	Aula e Lista

	<ul style="list-style-type: none"> • Limitações da Integral de Riemann 	
21 e 23/08	<ul style="list-style-type: none"> • Construção da medida de Lebesgue na reta • Sigma-álgebras 	Aula e Lista
28 e 30/08	<ul style="list-style-type: none"> • Funções Mensuráveis • Medidas • Medidas sigma-aditivas 	Aula
04 e 06/09	<ul style="list-style-type: none"> • Integral de Lebesgue 	Aula e Lista
11 e 13/09	<ul style="list-style-type: none"> • Teoremas de limites • Funções Integráveis 	Aula
18 e 20/09	<ul style="list-style-type: none"> • Teorema da convergência dominada 	Aula e Lista
25 e 27/09	<ul style="list-style-type: none"> • Espaços L_p 	Aula
02 e 04/10	<ul style="list-style-type: none"> • Espaços L_p • Prova 	Aula e Prova
09 e 11/10	<ul style="list-style-type: none"> • Modos de convergência 	Aula e Lista
16 e 18/10	<ul style="list-style-type: none"> • Decomposição de Medidas 	Aula e Lista
23 e 25/10	<ul style="list-style-type: none"> • Medida Produto • Teorema de Fubini 	Aula
30/10 e 01/11	<ul style="list-style-type: none"> • Extensão de Medidas • Teorema de Carathéodory 	Aula e Lista
06 e 08/11	<ul style="list-style-type: none"> • Probabilidade via medidas • Independência 	Aula
13 e 22/11	<ul style="list-style-type: none"> • Esperança condicional • Tópicos em probabilidade 	Aula e Lista
27 e 29/11	<ul style="list-style-type: none"> • Integral de Henstock-Kurzweil • Conjuntos de Vitali • Paradoxo de Banach-Tarski 	Aula

04 e 06/12	• Prova	Prova
11 e 13/12	• Prova substitutiva	Prova

5. Procedimentos de avaliação

Duas provas (80%), listas de exercício (20%).

6. Bibliografia Obrigatória

- Bartle (1995). The Elements of Integration and Lebesgue Measure. Wiley.
- Rosenthal (2006). A first look at rigorous probability theory. World Scientific.
- Isnard (2013). Introdução à Teoria da Medida. Projeto Euclides, IMPA.

7. Bibliografia Complementar

- Castro Junior (2015). Curso de Teoria da Medida. Projeto Euclides, IMPA.
- Pedro J. Fernandez (2015). Medida e Integração. Projeto Euclides, IMPA.
- Billingsley (1995). Probability and Measure. Wiley.
- Williams (1991). Probability with Martingales. Cambridge.
- Resnick (2013). A Probability Path. Springer.

8. Minicurrículo do(s) Professor(s)

Após iniciar o curso de engenharia eletrônica na UFRJ em 2003 e realizar uma iniciação científica em redes neurais para construção de classificadores especialistas no Laboratório de Processamento de Sinais (COPPE/UFRJ), participou do programa de duplo diploma com a École polytechnique - Paris (França) onde concluiu o bacharelado em engenharia em 2006. No ano seguinte cursou primeiro ano de mestrado da École polytechnique, concluído com um trabalho sobre os "Dessins d'enfants" de Grothendieck. Em seguida, realizou o mestrado em Matemática "Analyse, arithmétique et géométrie" cohabilitado pelas École polytechnique - Paris, université Paris-Sud XI e École normale supérieure, com um memorial sobre a conjectura de Green-Griffiths defendido em setembro de 2008. O programa de duplo diploma foi concluído em 2010, resultando num diploma em matemática aplicada pela UFRJ. Sob orientação de Julien Duval, defendeu em 2012 uma tese de doutorado no Departamento de Matemática de Orsay, nos temas de dimensão média (à la Gromov) e curvas de Brody. Passou um ano como professor visitante na Universidade de Purdue nos Estados Unidos (2012-2013) e seis meses como bolsista na Universidade Federal Fluminense (2013), e em seguida tomou

posse como Professor Adjunto na Universidade Federal do Rio de Janeiro. Passou seis meses como pesquisador visitante na Georgia Tech (2019), e está como pesquisador bolsista na Fundação Getúlio Vargas desde Março de 2023. Tem experiência em Geometria e Análise Complexa, Otimização estocástica e Sistemas de partículas, além de ter realizado diversos projetos de aplicação ao setor energético Brasileiro.

9. Link para o Currículo Lattes

<https://lattes.cnpq.br/8354455768423327>